

## **Ricerche di matematica con Giuseppina Varone**

Antonio Maturo

### **1. Dalla preparazione della tesi di laurea alla prima pubblicazione**

Nel 1989 la Libreria dell'Università Editrice di Pescara pubblicò il mio libro dal titolo "Numeri Pseudocasuali". Doveva essere il primo volume di una collana di pubblicazioni monografiche. Gli argomenti di base erano la generazione di numeri a caso con varie distribuzioni di probabilità e la simulazione. L'impostazione era interdisciplinare, poiché coinvolgeva argomenti di teoria dei numeri, calcolo delle probabilità e informatica. Insegnavo Istituzioni di Matematiche alla Facoltà di Architettura di Pescara, ma avevo regalato qualche copia ai colleghi di altre Facoltà e altre Università.

Nel mese di novembre del 1990 una laureanda della Facoltà di Economia e Commercio, Giuseppina Varone, si presentò nel mio studio con un pacco di fotocopie per chiedermi delle spiegazioni.

Era un periodo di grande impegno di studio e di ricerca. Ero impegnato (cosa che all'Università non si dovrebbe mai fare!) su tre fronti di ricerca: *la probabilità soggettiva e le sue applicazioni*, con il gruppo di ricerca coordinato dal prof. Romano Scozzafava, *le geometrie combinatorie e la crittografia*, con il gruppo coordinato dal prof. Franco Eugeni, e infine *la didattica della matematica* con il gruppo di ricerca coordinato dal prof. Bruno Rizzi, presidente nazionale della Mathesis. Ogni giorno pensavo che avrei dovuto scegliere una sola delle tre linee di ricerca, ma non riuscivo a decidermi. Inoltre tre anni prima, nel 1987, era stata fondata la Mathesis di Pescara, mi avevano nominato Presidente e quindi mi dovevo occupare anche della didattica della matematica nelle scuole. Pensavo che questa carica fosse provvisoria, non pensavo di essere qui, nel 2012, a festeggiare la ricorrenza del 25° anno.

A. Maturo

In questo quadro Giuseppina Varone, di altra Facoltà, mi chiedeva di dedicarle del tempo per varie spiegazioni su argomenti che appartenevano alle tematiche di ricerca di cui mi occupavo anni prima e per di più presentandosi con le fotocopie del mio libro! La ricevetti con cortesia, ma con una certa freddezza.

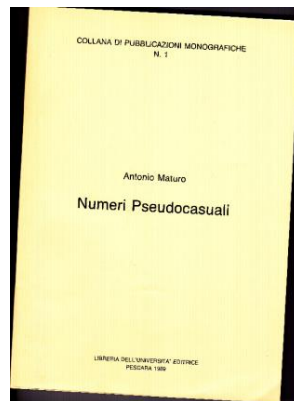


Fig 1 Il libro



Fig 2 Giuseppina Varone nel 1990

Due mesi dopo, alla riapertura dell'università dopo le vacanze natalizie, Giuseppina Varone, Pina per gli amici, tornò nel mio studio, questa volta con la copia originale del mio libro. Mi disse che era stata in altre università italiane, nessuno sapeva darle spiegazioni esaurienti perché l'argomento era interdisciplinare e mi chiese di aiutarla. Da allora prese possesso del mio studio all'università. Ogni giorno facevamo programmi con il computer, li sperimentavamo, facevamo girare il programma per giorni e analizzavamo in maniera critica i risultati.

Finalmente, dopo mesi di lavoro, Pina discusse con successo la tesi di laurea, con la votazione di 110 e lode. Stranamente la Facoltà di Economia e Commercio non ritenne di inserirmi nella commissione, perché, in base a norme restrittive, non si potevano inserire docenti di altre Facoltà.



Fig 3 La seduta di laurea



Fig 4 La felicità dopo la tesi

A. Maturo

Circa due mesi dopo, io e Pina portammo un lavoro scientifico sull'argomento della tesi di laurea al Convegno Nazionale della Mathesis tenutosi a Cattolica dal 22 al 26 aprile 1991.

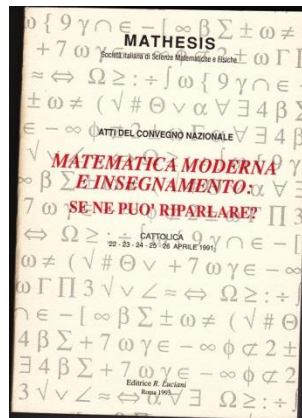


Fig 5 Atti del Convegno Mathesis 1991

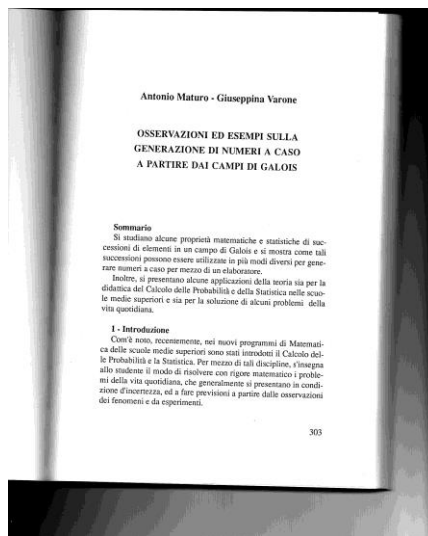


Fig 6 La prima pagina del lavoro presentato

## **2. L'interdisciplinarietà della ricerca e l'originalità delle procedure e dei risultati**

Nella produzione scientifica successiva un aspetto importante è stato l'approccio interdisciplinare alla ricerca e alla didattica, che ha portato a percorrere strade originali e ad ottenere risultati non usuali.

Alcune tematiche rilevanti e ricorrenti sono state:

- il collegamento fra didattica e ricerca, ossia come da una didattica approfondita emergono nuovi temi di ricerca;
- il metodo storico per la didattica della matematica e la comprensione dei problemi scientifici;
- la simulazione numerica attraverso il computer di problemi in condizioni di incertezza e le applicazioni didattiche;
- i campi di Galois e la crittografia;
- i problemi di decisione in condizioni di incertezza.

Per quanto riguarda la prima tematica, del collegamento fra didattica e ricerca, Pina svolgeva la didattica in maniera meticolosa, leggendo i libri in maniera attenta e critica. Da un'analisi accurata, riflessione e rielaborazione dei testi didattici, riuscivamo a rielaborare nuove teorie. Pur nella consapevolezza della difficoltà di ottenere un soddisfacente compromesso fra intuito e rigore nella didattica, pensavamo opportuno evidenziare i casi in cui un'esposizione troppo semplicistica dei concetti portava ad ottenere enti molto diversi da quelli che si volevano definire.

Nel 1994 ci fu un Convegno Nazionale IRSAE a Siena. Pina allora insegnava in un istituto tecnico e, a sorpresa, quell'anno gli studenti dovevano portare la matematica all'esame di Stato. Svolgendo molte lezioni per preparare gli studenti della scuola, Pina si accorse che la teoria esposta nel libro di testo non era per nulla convincente e chiese la mia opinione.

Le definizioni date ad alcuni enti matematici dai libri di testo non erano corrette e applicandole alla lettera ci trovammo con enti matematici nuovi che definimmo "funzioni pseudocontinue".

A. Maturo

Studiammo le proprietà delle “funzioni pseudocontinue” e i risultati furono pubblicati sugli Atti del Convegno di Siena.

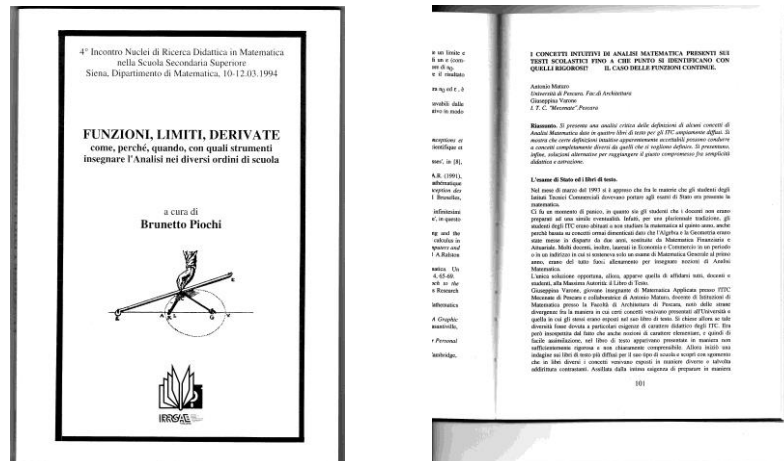


Fig 7 Gli Atti del convegno di Siena

Seguendo una procedura usuale nella storia della matematica riuscimmo a trasformare un errore in un nuovo tema di ricerca. Un articolo più approfondito sul tema delle funzioni pseudocontinue fu pubblicato sul Periodico di Matematiche, organo della Mathesis.

## Ricerche di matematica con Giuseppina Varone

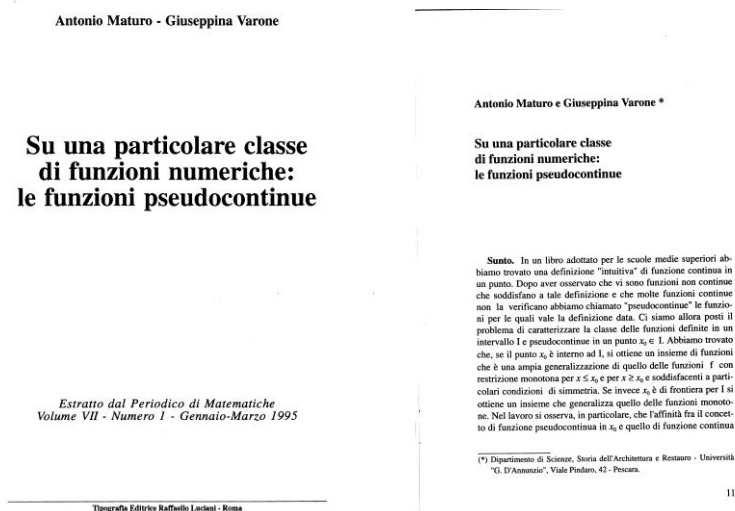


Fig 8 L'articolo sul Periodico di Matematiche

Un particolare interesse di Pina era l'uso del metodo storico per la ricerca e la didattica della matematica. Portammo articoli su tale tematica in vari convegni.



Fig 9 La partecipazione a un convegno

A. Maturo

Cinque articoli furono dedicati alla figura di Leon Battista Alberti. Furono approfondite in particolare quelle idee dell'Alberti che ci sembravano potessero considerarsi come il seme da cui sono germogliate nuove teorie matematiche come quelle legate alla crittografia, alla ricerca dell'armonia delle figure, alla geometria euclidea e perfino alle geometrie finite.

Nel 2001 fu pubblicato sul Periodico di Matematiche il nostro articolo *“La didattica, il rigore ed i misteri della matematica in Leon Battista Alberti”*. Riportiamo il sunto

*“In questo lavoro si presentano alcuni aspetti della personalità di Leon Battista Alberti nel campo della matematica. In particolare l'Alberti era capace di presentare volti molto diversi: abile e paziente didatta, ragionatore rigoroso ma anche sottile persuasore di verità non dimostrate o non dimostrabili, di cui o era convinto o, per misteriosi motivi, forse di tipo religioso, voleva convincere qualcuno.”*

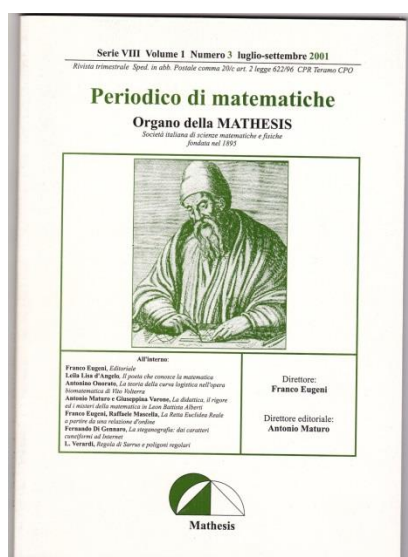


Fig 10 Un articolo su Leon Battista Alberti

Nel lavoro si cerca di capire gli aspetti più nascosti della personalità di Leon Battista Alberti. Si osserva che spesso sembra che Leon Battista Alberti sia convinto, o voglia convincere gli altri, di qualcosa di cui non c'è una dimostrazione. Ci si chiede il perché.



Forse le motivazioni sono di carattere religioso, forse un rispetto verso le credenze e le verità tramandate dagli antichi. Comunque si presentano dapprima alcuni esempi della personalità di Leon Battista Alberti come didatta della matematica e, successivamente, ci si addentra negli aspetti più misteriosi dell'impatto dell'Alberti con la matematica.

Nel congresso Nazionale Mathesis del 2011, tenutosi a Mantova, con il lavoro *“Leon Battista Alberti e la Matematica Discreta”* sosteniamo la tesi che l'attività scientifica di Leon Battista Alberti sia di fondamento per le attuali ricerche sulla matematica discreta. A sostegno di tale tesi si mostra come il disco cifrante, i rapporti armonici, gli studi sulla periodicità di eventi e i rapporti fra matematica e musica sono tutti basati su teorie strettamente collegate alla moderna matematica discreta.

Nel successivo convegno sugli scienziati mantovani, sempre a Mantova, presentiamo il lavoro *“Alcuni aspetti matematici nell'architettura di Leon Battista Alberti”*. Riportiamo il sunto:

*“L'architettura di Leon Battista Alberti è fortemente influenzata dalle sue concezioni sui numeri e sui loro rapporti. In particolare, utilizzando un'analogia con la musica, alcuni rapporti numerici sono considerati “più armonici” e sono largamente utilizzati per progettare le aree ed i volumi. In questo articolo si presentano alcune linee fondamentali del pensiero di Leon Battista Alberti sulle relazioni fra Matematica ed Architettura. Inoltre si mostrano due esempi di edifici religiosi in Mantova in cui si può ammirare concretamente la bellezza architettonica delle costruzioni progettate in base ai rapporti armonici.”*

Infine, nel 2002, nel Periodico di Matematiche, con l'articolo *“Leon Battista Alberti e le Geometrie Finite”* presentiamo una suggestiva interpretazione dei “rapporti armonici” di Leon Battista Alberti come punti di un piano affine di Galois di ordine 3.

Infine nel volume *Arte e Matematica. Un sorprendente binomio*, del 2006, pubblichiamo l'articolo *“La Geometria Proiettiva. Da Leon Battista Alberti alle Geometrie Finite”*, in cui si mette ulteriormente in luce la figura di Leon Battista Alberti come precursore delle più recenti teorie geometriche.

### 3. Le ricerche sui numeri pseudocasuali e la crittografia

Dopo la tesi di laurea era d'obbligo continuare le ricerche su numeri pseudocasuali e crittografia. Motivazioni in tale senso vennero da più parti. Innanzitutto l'idea, suggerita dal prof. Romano Scozzafava di applicare i metodi bayesiani alla verifica di casualità delle successioni pseudocasuali; poi la collaborazione con il prof. Andrea Laforgia, esperto nelle Funzioni Speciali, fondamentali per le analisi bayesiane e infine gli stretti collegamenti fra numeri pseudocasuali, crittografia e geometrie finite.

In tale ordine d'idee, dal 1995 cominciammo a organizzare una serie di convegni interdisciplinari a Pugnochiuso.



Fig 11 Il convegno di Pugnochiuso del 1995

Seguirono numerosi articoli sull'argomento in vari convegni e riviste.

#### **4. Il dottorato di ricerca, gli studi su Luca Pacioli e i convegni all'estero**

Dal 2003 al 2005 Pina segue il dottorato di Epistemologia e Didattica della Matematica presso l'università di Teramo.

Nel 2004 diventa ricercatore nel settore scientifico disciplinare SECS-S/06, Metodi Matematici dell'Economia e delle Scienze Attuariali e Finanziarie. I suoi interessi di ricerca si focalizzano sugli aspetti più attinenti a tale settore. Resta, però, l'interesse all'approccio storico e la tesi di dottorato riguarda la figura di Luca Pacioli, uno dei fondatori della Matematica Finanziaria.

Al convegno Nazionale di Gaeta del 2005 portiamo il lavoro “*I fondamenti della Matematica del Credito in Luca Pacioli*”.



Fig 12 Pina indossa un souvenir iraniano

Successivamente, nel 2006, a Iasi (Romania), nel congresso ECIT 2006, presentiamo il lavoro “*A mathematical model for choosing among fuzzy financial operations*”, pubblicato su Ioan Tofan Editor, *Advances in Mathematics of Uncertainty*,

A. Maturo

Fu l'ultimo lavoro di Pina, poi iniziarono i problemi di salute. Nell'ultimo periodo, nel 2010, pur essendo costretta a rimanere a casa per motivi di salute, tuttavia abbiamo continuato il lavoro scientifico. Abbiamo iniziato nuovi lavori sulle applicazioni dei fuzzy all'Economia e sulla Teoria delle Decisioni. Avevamo anche l'idea di riprendere i vecchi lavori sui numeri pseudocasuali con un'impostazione completamente nuova, basandoci sulla teoria delle decisioni.

Stava male, ma si mostrava serena e motivata. Scherzava sulle sue condizioni di salute e, quando ci vedevamo, si informava sui miei viaggi, sugli ultimi sviluppi delle mie progressioni di carriera, sui miei progressi nella scuola di danza che frequentavo.

Voleva un ricordo da ogni viaggio che facevo. Purtroppo non ho fatto in tempo a consegnarle l'ultimo souvenir al ritorno dal un convegno all'estero.



## Bibliografia

MATURO A., VARONE G., (1991), Osservazioni ed esempi sulla generazione di numeri a caso a partire da campi di Galois, in *Atti del convegno nazionale "Matematica moderna e insegnamento"*, Cattolica, 22-26 aprile 1991, pp. 303-313

MATURO A., VARONE G., (1992), Su alcuni metodi per razionalizzare le scelte fra più alternative valutate con criteri multipli quantitativi, *Ratio Mathematica*, 4, 1992, pp. 145-160

MATURO A., VARONE G., (1994), I concetti intuitivi di analisi matematica presenti sui testi scolastici: fino a che punto si identificano con quelli rigorosi? Il caso delle funzioni continue, in *Atti del Convegno N.R.D. "FUNZIONI, LIMITI, DERIVATE: come perchè quando, con quali strumenti insegnare l'Analisi nei diversi ordini di scuola"*, Siena, 10-12 Marzo 1994, pp. 101-106

MATURO A., VARONE G., (1995), Su una particolare classe di funzioni numeriche: le funzioni pseudo-continue. *Periodico di matematiche*, 1, 1995, pp. 11-22

MATURO A., PISCIONE A., VARONE G., (1996), I join set nella didattica della geometria, in *Atti del Congresso Nazionale Mathesis "I fondamenti della matematica ed i suoi legami con la società contemporanea"*, Verona, 28-30 novembre 1996, pp. 269-278

MATURO A., VARONE G., (1999), Sulla didattica dell'algebra astratta e della geometria a partire da problemi attuali di crittografia, in *Atti del Congresso Nazionale Mathesis, Teramo, 1999*, Vol. 2, pp. 113-122, novembre 2001, Edigrafital, Teramo

MATURO A., VARONE G., (1999), Sulla verifica di casualità di successioni in  $[0,1]$  da un punto di vista bayesiano, in *Atti del Convegno "Metodi di rappresentazione dell'incertezza"*

*nell'Architettura", Contributi, 6, 1999, pp. 113-122, DSSAR, Pescara*

MATURO A., VARONE G., (2001), La Crittografia come mezzo per collegare la Didattica della Matematica ai problemi attuali in *Atti del Congresso Nazionale Mathesis 2000*, Barletta 16-19 ottobre 2000, pp. 293-308, settembre 2001, Editrice Rotas, Barletta, 2001

MATURO A., VARONE G., (2001), La didattica, il rigore ed i misteri della matematica in Leon Battista Alberti, in *Periodico di Matematiche*, 3, 2001, pp. 29-40, Iasi, 2001 ISSN 1582-8832

MATURO A., VARONE G., (2001), Alcuni aspetti matematici nell'Architettura di Leon Battista Alberti, in *Atti del Convegno Nazionale "Contributi di scienziati mantovani allo sviluppo della matematica e della fisica"*, Mantova 17-19 maggio 2001, pp. 175-188, Monotopia Cremonese, Cremona

MATURO A., VARONE G., (2002), Leon Battista Alberti e la Matematica discreta, in *Atti del Congresso Nazionale Mathesis 23-25 novembre 2001*, pp. 265-274, Monotopia Cremonese, Cremona, 2002

MATURO A., VARONE G., (2002), Leon Battista Alberti e le Geometrie Finite, *Periodico di Matematiche*, 1, 2002, pp. 23-32, Editore Panfilus, Iasi

MATURO A., VARONE G. (2006). La Geometria Proiettiva. Da Leon Battista Alberti alle Geometrie Finite. In: *Arte e Matematica. Un sorprendente binomio*, pp. 207-220. Arte tipografica editrice, Napoli. ISBN: 88-89776-27-7.

MATURO A., VARONE G. (2006). A Mathematical Model to Choosing among Fuzzy Financial Operations. In: IOAN TOFAN EDITOR, *Advances in Mathematics of Uncertainty*, Editura Performantica, Iasi, ROMANIA, 89-98. ISBN: 973-730-257-5.